

Fiche TD N°2

Exercice N°1 : Un filtre à sable de 10 m de large et 15 m de longueur. Si le débit à travers le filtre est de $17\,630\text{ m}^3/\text{j}$, quel est le taux de charge du filtre en l/s/m^2

Exercice N°2 : Calculer les dimensions d'un bassin de filtration à sable, sachant que la vitesse de filtration doit être variée entre 0,1 et 0,2 m/h. Le débit est de $1,67\text{ m}^3/\text{h}$

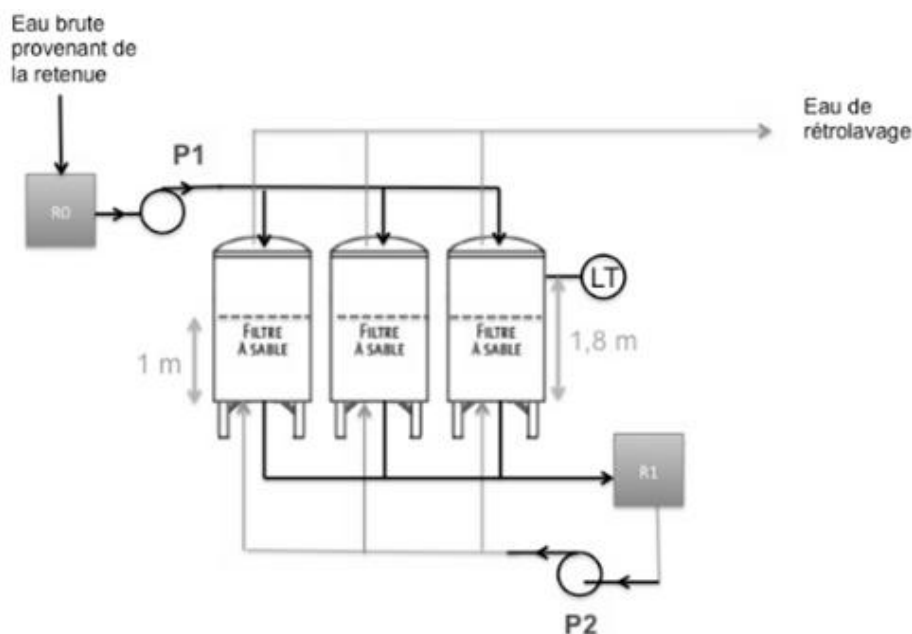
Exercice N°3 : Un module de filtration à sable rapide composé de 3 filtres

Calculer :

1. La surface de chaque unité et son diamètre
2. Vitesse de sédimentation du média filtrant (eau et air)
3. Débit d'eau et d'air de lavage
4. Le volume d'eau nécessaire à la phase de rétrolavage :

Données :

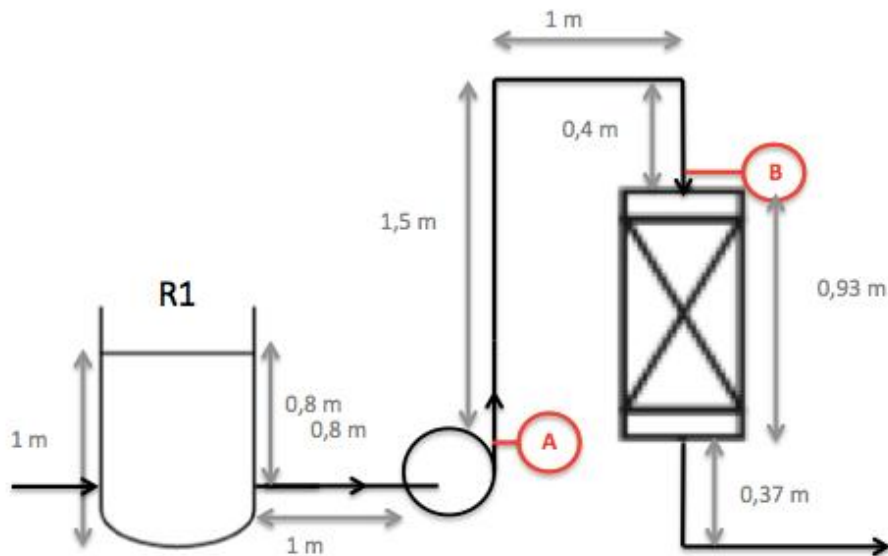
Diamètre moyen des particules de sable (d_p)	1 mm
Masse volumique du sable (ρ_p)	2610 kg/m^3
Facteur de forme des particules de sable (ϕ)	1
Porosité initiale du lit (ϵ)	0,4
Vitesse de filtration (V_F)	10 m/h
Débit de production (Q)	$35\text{ m}^3/\text{h}$
masse volumique de l'eau à 5°C (ρ_f)	$1000,2\text{ kg/m}^3$
masse volumique de l'air sec à 5°C (ρ_a)	$1,27\text{ kg/m}^3$
viscosité de l'eau à 5°C (μ_f)	$1,48.10^{-3}\text{ Pa.s}$
viscosité de l'air sec à 5°C (μ_a)	$1,85.10^{-5}\text{ Pa.s}$



Exercice N°4: On veut filtrer un débit d'eau de $35\text{m}^3/\text{h}$ par un module membranaire comme le montre le schéma ci dessous. La membrane est alimentée par une pompe centrifuge qui va permettre de transporter l'eau pré filtrée du réservoir de stockage R1 jusqu'à la membrane et ainsi d'appliquer la pression transmembranaire requise à la production de perméat envisagée

Données :

- Facteur correctif à 5°C : $K_T=1,43$
- Pression transmembranaire : $PTM=1\text{bar}$
- Perméabilité initiale de la membrane à 20°C (eau pure) : $J_0=60\text{l}/(\text{h}.\text{m}^2.\text{bar})$
- Masse volumique : $\rho_{\text{eau}}=1000,2\text{kg}/\text{m}^3$
- Rugosité dynamique de l'eau : $\mu=1,48.10^{-3}\text{ Pa}.\text{s}$
- Le coefficient de rugosité de conduite en acier $\epsilon=0,015\text{mm}$



1. Calculer le flux moyen de perméat produit $J_{\text{perméat moyen}}$
2. Calculer la surface filtrante nécessaire à la production de $35\text{ m}^3/\text{h}$ de perméat $S_{\text{filtrante}}$
3. Calculer le nombre de module membranaire si la surface de filtrante d'un module est de 114m^2
4. Calculer le diamètre de la conduite alimentant la membrane si la vitesse de l'écoulement est $1\text{m}/\text{s}$
5. Déterminer le régime d'écoulement et le coefficient de perte de charge λ
6. Calculer la perte de charge totale entre A et B en considérant une longueur de conduite de $2,9\text{ m}$
7. Calculer de la pression au point A en considérant une pression de 2 bars au point B.

Solution Fiche TD N°2

Exercice N° 1

Taux de la charge du filtre = débit/surface de filtre

$$T_c = \frac{17630.1000}{10.15.86400} = 1.4 \text{ l/s/m}^2$$

Exercice N°2

Nous avons choisi la vitesse de filtration égale à 0,2 m/s

- Calcul la section de filtration (la section de base du bassin de filtration)

$$S_f = Q / V_F = 8,35\text{m}^2$$

- Calcul la longueur et la largeur de filtre

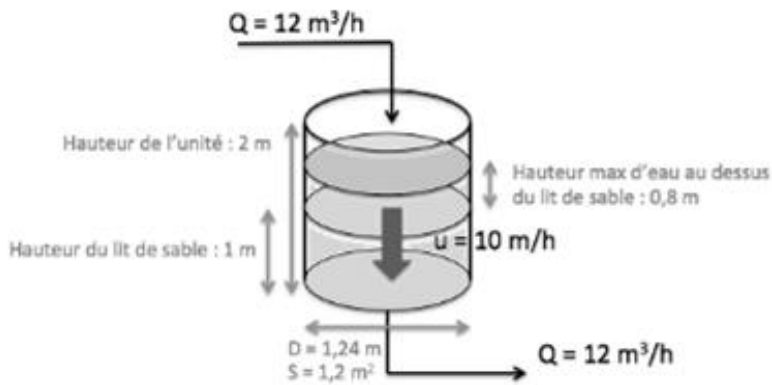
On prend: l=1,2 m => L=S_f/l=>L=7m

Exercice N°3

1. La surface de lit :

$$S_{\text{lit}} = \frac{35}{10} = 3,5\text{m}^2$$

On a 3 unités donc S_{lit}(unité)=3,5/3=1,2m²=>d=1,2m



2. Vitesse de sédimentation du média filtrant :

$$Ga = \frac{d_p^3 \cdot \rho_f \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot g}{\mu_f^2} = \frac{1^{-9} \cdot 1000,2 \cdot (2610 - 1000,2) \cdot 9.81}{1,48 \cdot 10^{-5}} = 1067125$$

$$d_p^* = Ga^{1/3} = 1067,25^{1/3} = 10,22$$

$$V_t^* = \left(\frac{18}{d_p^{*2}} + \frac{2,335 - 1,744 \cdot \phi}{d_p^{*0,5}} \right)^{-1} = \left(\frac{18}{10,22^2} + \frac{2,335 - 1,744 \cdot 1}{10,22^{0,5}} \right)^{-1} = 3156$$

$$V_t = V_t^* \cdot \left(\frac{\rho_f^2}{\mu_f \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot g} \right)^{-1/3} = 0,1$$

$$= 0,10\text{m/s}$$

- $V_t(\text{eau})=0.10\text{m/s}$
- $V_t(\text{air})= \text{m/s}$

3. Débit d'eau et d'air de lavage

$$Q = 0,1 \cdot V_t \cdot S_{lit}$$

- $Q(\text{eau})=43,2\text{m}^3/\text{h}$
- $Q(\text{air})=67.39\text{m}^3/\text{h}$

4. Le volume d'eau nécessaire à la phase de rétrolavage :

$$V = Q_{\text{eau}} \cdot t_{\text{rétrolavage}} = 43,2 \times \frac{10}{60} = 7,2\text{m}^3$$

- $V(\text{eau})=7,2\text{m}^3$
- Pour les 3 rétrolavages $\Rightarrow 7,2 \times 3 = 21.9\text{m}^3$
- Pour les 3 unités $\Rightarrow 21,9 \times 3 = 65,7\text{m}^3$
- La production d'eau par semaine $\Rightarrow 35 \times 7 \times 24 = 5880\text{m}^3$
- Le pourcentage de Vrétrolavage/Vproduit $\Rightarrow 65,7/5880 = 1.12\%$

Exercice N°4

1. Calcul le flux moyen de perméat produit

$$J_{perm\ \acute{e}at\ moyen} = \frac{0,6 \cdot J_0 \cdot PTM}{K_T} = \frac{0,6 \cdot 60 \cdot 1}{1,43} = 25l/(h \cdot m^2)$$

2. Calcul la surface filtrante nécessaire à la production de 35 m³/h de perméat **S_{filtrante}**

$$S_{filtrante} = \frac{Q_{perm\ \acute{e}at}}{J_{perm\ \acute{e}at\ moyen}} = \frac{35 \cdot 10^3}{25} = 1400m^2$$

3. Calcul le nombre de module membranaire

$$Nbr_{module} = \frac{1400}{114} = 13module$$

4. Calcul le diamètre de la conduite alimentant la membrane

$$Q_{perm\ \acute{e}at} = V \cdot S = V \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot 35 / 3600}{1,3,14}} = 0,111m = 110mm$$

5. Déterminer le régime d'écoulement

$$R_e = \frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu} = \frac{1000 \cdot 2,1 \cdot 0,110}{1,48 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow R_e = 74339,19 < 10^5$$

Donc : D'après le diagramme de Moody, le régime d'écoulement est turbulent lisse et le coefficient de perte de charge $\lambda = 0,020$

6. Calcul la perte de charge total entre A et B

$$\Delta H_{total} = \Delta H_{linéaire} + \Delta H_{singulière}$$

- Pertes de charges linéaires :

D'après l'équation de Darcy-Weisbach

$$\Delta H_{linéaire} = \frac{\lambda \cdot L \cdot V^2}{d \cdot 2 \cdot g}$$

$$\Delta H_{linéaire} = \frac{0,02 \cdot 2,9 \cdot 1^2}{0,110 \cdot 2 \cdot 9,81} = 0,019m$$

- Pertes de charges singulières : sont provoquées par deux coudes ($\alpha=90^\circ$) et une vanne
 - a) Pour les coudes

$$\Delta H_{coude} = K_s \frac{V^2}{2.g}$$

K_s : le coefficient de perte de charge singulière

$$K_s = \sin^2(\alpha) + 2. \sin^4\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sin^2(90) + 2. \sin^4\left(\frac{90}{2}\right) \Rightarrow K_s = 1,5$$

$$K_s = 1,5. \frac{1^2}{2,9,81} = 0,076m$$

- a) Pour la vanne

$$\Delta H_{vanne} = 0,09m$$

Donc

$$\Delta H_{singulière} = 2\Delta H_{coude} + \Delta H_{vanne} = 2.0,076 + 0,09 = 0,242m$$

Alors la perte de charge totale entre A et B est :

$$\Delta H_{Totale} = \Delta H_{linéaire} + \Delta H_{singulière} = 0,019 + 0,242 = 0,261m$$

7. Calcul la pression au point A

On applique l'équation de Bernoulli entre A et B

$$\frac{P_A}{\rho.g} + \frac{V_A^2}{2.g} + Z_A - \Delta H_{totale} = \frac{P_B}{\rho.g} + \frac{V_B^2}{2.g} + Z_B \Rightarrow \frac{P_A}{\rho.g} = \frac{P_B}{\rho.g} + (Z_B - Z_A) + \Delta H_{totale}$$

$$\frac{P_A}{\rho.g} = \frac{2.10^5}{1000,2,9,81} + 1,1 + 0,261 = 21,74 m \Rightarrow P_A = 21,74.1000,2,9,81 = 2,13bars$$